**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**Обнинский институт атомной энергетики –**

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего

образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

**ПРОГРАММА**

|  |
| --- |
| **Вступительных экзаменов по специальности для поступающих в аспирантуру** |
| *Шифр, название дисциплины* |
|  |
| по группе научных специальностей |
|  |
| **1.1. Математика и механика** |
| *Шифр, название специальности/направления подготовки* |
|  |
|  |
|  |
|  |
| Форма обучения**: очная** |

**г. Обнинск 2022 г.**

Программа вступительного испытания сформирована на основе федеральных государственных требований

**Форма проведения испытания:**

Вступительное испытание проводится в виде собеседования с обязательным оформлением ответов на вопросы билета в письменном виде. Собеседование проводится с целью выявления у абитуриента объёма научных знаний, научно-исследовательских компетенций, навыков системного и критического мышления, необходимых для обучения в аспирантуре. Абитуриент должен показать профессиональное владение теорией и практикой в предметной области, продемонстрировать умение вести научную дискуссию.

**Структура испытания:**

Испытание состоит из ответов на вопросы билета и дополнительные вопросы.

**Критерии оценки результатов испытания:**

100-90 баллов - даны исчерпывающие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, абитуриент демонстрирует глубокие теоретические знания, умение сравнивать и оценивать различные научные подходы, пользоваться современной научной терминологией.

89-80 баллов - даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, абитуриент демонстрирует хорошие знания, умение пользоваться современной научной терминологией.

79-70 баллов - даны обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, абитуриент демонстрирует хорошие знания.

69-60 баллов - даны в целом правильные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, при этом абитуриент недостаточно аргументирует ответы.

59-0 баллов – абитуриент демонстрирует непонимание основного содержания теоретического материала, поверхностность и слабую аргументацию суждений или допущены значительные ошибки.

Решения экзаменационной комиссии принимаются большинством голосов.

Общая часть: Математика

1. Непрерывность функций одной и многих переменных, свойства непрерывных функций. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
2. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции.
3. Понятие метрического пространства, полные метрические пространства, компактность. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Принцип сходимости Коши.
4. Функции с ограниченным изменением. Мера в смысле Лебега. Теорема Д.Ф.Егорова, C–свойство. Абсолютно непрерывные функции.
5. Суммируемые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства. Гильбертовы пространства. Изоморфизм L2 и l2 . Сходимость в среднем.
6. Интегральные уравнения Фредгольма. Теоремы Фредгольма.
7. Ортогональные системы функций. Неравенство Бесселя, условие полноты. Ряды Фурье. Сходимость рядов Фурье.
8. Линейные пространства, их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Геометрическая интерпретация системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений системы однородных линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
9. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах, их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.
10. Линейные отображения и преобразования линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями. Приведение матрицы, линейного оператора к жордановой форме.
11. Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Ортогональные и самосопряженные преобразования, приведение квадратичной формы к главным осям.
12. Аффинная и метрическая классификация кривых и поверхностей 2-го порядка. Проективная классификация линий 2-го порядка.
13. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Фактор-группы. Теорема о гомоморфизмах.
14. Дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
15. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами: однородные и неоднородные.
16. Линейные уравнения в частных производных второго порядка. Их классификация. Задача Дирихле для уравнения Лапласа. Задача Коши для уравнения струны. Первая краевая задача и задача Коши для уравнения теплопроводности.
17. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
18. Элементарные функции комплексного переменного и даваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции. Дробно-линейные преобразования.
19. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Аналитическое продолжение.
20. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты.
21. Аналитическая функция в целом. Римановы поверхности.

Литература

1. Зорич В. А. Математический анализ. Ч. 2: Учеб. для вузов / В.А. Зорич . - 2-е изд., испр. и доп.- М.:МЦНМО, 2012.- 787c.
2. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. – М .: МФТИ, 2000.
3. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. – М.: Высшая школа, 2000.
4. Никольский С.М. Курс математического анализа. М .: ФИЗМАТЛИТ, 2001, 592 с.
5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Физматлит, 2004.
6. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. Наука, 1968
7. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В. И. Арнольд. – М.: Наука, 1984. – 272 с.
8. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Наука, 1971
9. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1965. - 431 с.
10. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1975.
11. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. М.: Наука, 1974.
12. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1970. – 280 с.
13. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961.
14. Понтрягин, Л.С . Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С. Понтрягин. – И.: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001.
15. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976, 320 стр.
16. Шабат. Б.В. Введение в комплексный анализ. М .: Наука, 1969. - 576 с.

**Программа вступительного испытания**

**Шифр и наименование группы научных специальностей**

* 1. **Математика и механика**

**Шифр и наименование научной специальности**

**1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика**

1. Интегральные уравнения. Классификация. Оператор Гильберта-Шмидта и его степени.
2. Метод исследовательских приближений. Теоремы о сходимости ряда Неймана. Существование и единственность решений уравнений Фредгольма и Вольтерра, Резольвента.
3. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Теоремы Фредгольма. Распространение теории Фредгольма на общие ядра.
4. Интегральные уравнения Фредгольма с эрмитовыми ядрами. Свойства собственных функций и характеристических значений. Теорема существования характеристического значения.
5. Теорема о полном наборе характеристических значений и собственных функций эрмитового ядра и ее следствия.
6. Теорема Гильберта-Шмидта и ее следствия.
7. Билинейные ряды для эрмитового ядра его итераций.
8. Теорема о положительно определенном ядре. Экстремальный принцип.
9. Непрерывные ядра. Теорема Мерсера и ее следствия. Уравнение Пайерлса.
10. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка.
11. Уравнения гиперболического типа. Уравнение колебаний струны. Постановка краевых задач. Задача на бесконечной струне. Формула Даламбера. Корректность. Пример Адамара.
12. Задачи на полу бесконечной струне.
13. Общая первая краевая задача и ее редукция. Задача на ограниченной струне (однородное уравнение). Обоснование метода Фурье. Неоднородное уравнение.
14. Общая схема метода разрешения переменных. Обоснование метода Фурье с помощью теоремы Мерсера. Неоднородное уравнение.
15. Уравнения гидродинамики и акустики. Законы сохранения и ударные волны. Условия на разрыве.
16. Задача о распространении волн в пространстве и на плоскости. Формула Пуассона и ее физическая интерпретация. Неоднородное уравнение.
17. Общая задача Коши. Характеристики. Слабые разрывы.
18. Задача о колебании ограниченных объемов.
19. Уравнение теплопроводности и диффузии. Постановка краевых задач.
20. Принцип максимума. Теоремы единственности и непрерывной зависимости для первой краевой задачи.
21. Задача на ограниченном стержне (однородное уравнение). Обоснование метода Фурье. Случай неоднородного уравнения.
22. Задача на бесконечном стержне. Функция источника. Обоснование формулы Пуассона. Задачи на полу бесконечном стержне с однородным и неоднородным краевым условием.
23. Задача о распространении тепла в пространстве и ограниченных телах.
24. Процессы, приводящие к уравнениям Лапласа и Пуассона. Постановка краевых задач.
25. Гармонические функции. Фундаментальные решения уравнения Лапласа.
26. Интегральное представление дважды дифференцируемой функции. Основные свойства гармонических функций. Принцип максимума и его следствия. Задача Дирихле для круга.
27. Внешние краевые задачи. Теоремы единственности.
28. Функция Грина для задачи Дирихле.
29. Задача Дирихле для шара и ее обоснование.
30. Пространства Соболева и обобщенные решения задач математической физики.
31. Обобщенные функции и их свойства. Основное пространство и его топология, δ-функция. Решение обобщенной задачи Коши для волнового уравнения.

**Литература**

1. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский, Уравнения математической физики. Москва, «Наука», физматлит, 2004.А.

3. М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Интегральные уравнения, УРСС Москва, 2007.

4. А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов, Интегральные уравнения. Москва, «Наука», физматлит, 2004

5. Б.М. Будак, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов, Сборник задач по математической физике. – Москва.: «Наука», физматлит, 2003.

6. С.Г. Михлин Курс математической физики, Санкт Петербург, 2002.

РУК ОП С.В. Ермаков